数学 IA　場合の数，確率

例題 1

大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，次の場合の数を求めよ．

(1) 目の和が 5 になる場合

(2) 目の和が 15 になる場合

(3) 目の和が 15 以上になる場合

(4) 目の積が偶数になる場合

[1] 10 円，50 円，100 円の 3 種類の硬貨を使って，370 円を払う方法は何通りあるか，次の場合について答えよ．

(1) 使わない硬貨があってもいい場合

(2) すべての硬貨を少なくとも 1 枚は使う場合

(3) 使う硬貨の枚数が 10 枚以内である場合

[2] 次の問いに答えよ．

(1) みかん 3 個，りんご 2 個，かき 1 個の中から 3 個を取り出す方法は何通りあるか．

(2) みかん 6 個，りんご 2 個，かき 4 個の中から 6 個を取り出す方法は何通りあるか．

(3) 男子 20 人，女子 25 人のクラスから男女 1 人ずつの代表を選ぶ場合の数を求めよ．

(4) x の 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の係数 a, b, c を 0 から 5 までの整数から，重複しないように選ぶ．このような方程式は全部でいくつできるか．また，そのうち，実数解をもつ方程式はいくつあるか．ただし，$2x^2+4x=0$ と $x^2+2x=0$ などは異なる方程式と考える．

例題 2

0,1,2,3,4,5 の 6 個の数字のうち，異なる数字を使って 4 桁の整数を作るとき，次の問いに答えよ

(1) 整数は，全部でいくつあるか.

(2) 偶数はいくつあるか.

(3) 3 の倍数はいくつあるか.

[3] 男子 4 人と女子 4 人が 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか.

(1) 女子 4 人が隣り合う.

(2) 両端が男子なる.

(3) 男子と女子が交互に並ぶ.

[4] music の 5 文字を並べるとき，次のような並び方は何通りあるか.

(1) 両端が子音になる.

(2) 子音 3 個が連続しない

例題 3

次の問いに答えよ.

(1) 7人が3つの部屋に入るとき，入り方は何通りあるか．ただし，どの部屋にも少なくとも1人は入るものとする.

(2) 6人が丸いテーブルのまわりに着席するとき，着席の仕方は何通りあるか．また，特定の2人が隣り合う着席の仕方は何通りか.

(3) 8個の異なる色のビーズ玉をつないで首飾りを作るとき，何種類の首飾りができるか.

[5] 6人が4つの部屋に入るとき，

(1) 1人も入らない部屋ができてもよいとき，何通りの入り方があるか.

(2) すべての部屋に少なくとも1人が入るとき，何通りの入り方があるか.

[6] 0,1,2,3 の4個の数字を使ってつぎのような整数を作るとき，何個の整数ができるか．ただし，同じ数字を何度使ってもよいものとする.

(1) 3桁の偶数　　(2) 4桁の奇数

[7] 8人が円形のテーブルに座るとき，

(1) 座り方は全部で何通りあるか.

(2) 特定の2人が向かい合う座り方は何通りあるか.

(3) 特定の2人が隣りあう座り方は何通りあるか.

例題 4

男子 10 人，女子 5 人の中から合計 3 人の代表を選ぶ方法は何通りあるか．また，代表 3 人のうちに女子が少なくとも 1 人含まれるような選び方は何通りか．

[8] 次の問いに答えよ．

(1) 1,2,3,4,5 の 5 個の数字から 3 個とる方法は何通りか．

(2) 40 人のクラスから，代表を 3 人選ぶ方法は何通りか．

(3) 正六角形の頂点を結んでできる三角形の個数を求めよ．

[9] 凸十角形の頂点を結んで三角形を作るとき，

(1) 全部で何個の三角形ができるか．

(2) 三角形のすべての辺が凸十角形の辺と共有しないとき，三角形はいくつできるか．

例題 5

12 人の生徒を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか．

(1) ６人，４人，２人の３つのグループに分ける．

(2) A,B,C の３つの部屋に６人，４人，２人に分けていれる．

(3) A,B,C,D の４つの部屋に３人ずつに分かれて入る．

(4) ３人ずつ４つのグループに分ける．

[10] 男子 15 人，女子 15 人のクラスから，５人の委員を選ぶ．次のような選び方は何通りあるか．

(1) 男子３人，女子２人を選ぶ．

(2) 特定の男女１人ずつを選ぶ．

(3) 男子，女子からそれぞれ少なくとも１人は選ぶ．

[11] 次の問いに答えよ．

(1) 硬貨を 10 回続けて投げるとき，４回表が出るのは何通りか．

(2) さいころを５回続けて投げるとき，１の目がちょうど２回出るのは何通りか．

[12] 15 人の生徒を次のように分ける分け方は何通りあるか．

(1) ８人，５人，２人の３つのグループに分ける．

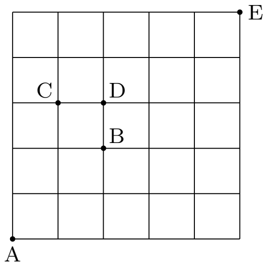
(2) A,B,C の３つの部屋に，８人，５人，２人に分かれて入る．

(3) A,B,C の３つの部屋に５人ずつ分かれて入る．

(4) ５人ずつ３つのグループに分ける．

例題 6

次のような碁盤目状の道がある。



(1) A から B に行く最短の道すじは $\boxed{ア}$ 通り，A から C に行く最短の道すじは $\boxed{イ}$ 通り，A から D に行く最短の道すじは $\boxed{ウ}$ 通りある。

(2) A から E に行く最短の道すじは $\boxed{エ}$ 通りある。

(3) A から E に行く最短の道すじで，D を通るものは全部で $\boxed{オ}$ 通りある。

(4) A から E に行く最短の道すじで，角を曲がる回数が 1 回のものは全部で $\boxed{カ}$ 通り，角を曲がる回数が 2 回のものは全部で $\boxed{キ}$ 通り，角を曲がる回数が 3 回のものは全部で $\boxed{ク}$ 通り，角を曲がる回数が 4 回のものは全部で $\boxed{ケ}$ 通りある。

[13] 次の問いに答えよ.

(1) a,a,a,b,b,c の 6 文字を 1 列に並べる方法は何通りあるか.

(2) 1,1,2,2,2,3,3,3 の 8 枚の数字を書いたカードがある．これらを並べてできる 8 桁の自然数はいくつあるか.

[14] internet の 8 文字を 1 列に並べるとき，

(1) 並べ方の総数を求めよ.

(2) 両端が e になる並べ方は何通りか.

(3) 2 つの t が 2 つの e より左にくる並べ方は何通りか

[15] りんご，みかん，柿を合計 7 個詰め合わせた果物かごを作りたい.

(1) 入れない種類があってもいいとき，何通りの方法があるか.

(2) すべての種類が少なくとも 1 個は入るとき，何通りの方法があるか.

例題７

赤球３個，白球４個，青球５個から無作為に３個の球を取り出すとき，次の問いに答えよ．

(1) ３個とも同じ色である確率を求めよ．

(2) ３個のうち，２個だけが同じ色である確率を求めよ．

(3) ３個がすべて異なる色である確率を求めよ．

[16] ２個のサイコロを同時に投げるとき，

(1) 出た目の数の和が３の倍数になる確率を求めよ．

(2) 出た目の数の積が３の倍数になる確率を求めよ．

(3) 出た目の数の和または積が３の倍数になる確率を求めよ．

[17] 大，中，小３個のサイコロを投げて出る目の数をそれぞれ x, y, z とする．

(1) $x < y < z$ となる確率を求めよ．

(2) x, y, z がすべて異なる確率を求めよ．

[18] n 本のくじの中に当たりくじが３本含まれている．１本ずつ２回続けてくじを引くとき，少なくとも１本は当たりである確率が $\dfrac{8}{15}$ であるという．このとき，くじの本数を求めよ．

例題 8

4 つの箱それぞれに，1, 2, 3, 4 の数字が 1 つずつ書いてあるカードが 1 枚ずつ計 4 枚入っている．それぞれの箱から，1 枚ずつカードを取り出すとき，

(1) 4 枚とも同じ数字である確率を求めよ．

(2) 4 枚の中に，1 または 2 のカードが含まれている確率を求めよ．

(3) 同じ数字のカードが 2 枚ずつ 2 組ある確率を求めよ．ただし，4 枚とも同じ数字の場合は除く．

(4) 4 枚のカードの数字の合計が 7 である確率を求めよ．

[19] 3 人でじゃんけんをして負けたものから順に抜けていき，最後に残った 1 人を優勝者とする.,

(1) 1 回で優勝者が決まる確率を求めよ．

(2) 1 回終了後に 2 人残る確率を求めよ．

(3) ちょうど 3 回で優勝者が決まる確率を求めよ．

[20] 数直線上の動点 P が 1 枚の硬貨を投げて表が出たら $+2$, 裏が出たら -1 だけ移動するものとする．初め点 P は原点にあるものとする．硬貨を 10 回投げたとき，

(1) P の座標が 8 になる確率を求めよ．

(2) P の座標が -4 になる確率を求めよ．

例題 9

1 個のサイコロを投げて奇数の目が出たら，その目の数を X とする．もし，偶数の目が出たら，もう一度投げて出た目の数を X とする．

(1) $X = 1$ になる確率と，$X = 2$ になる確率をそれぞれ求めよ．

(2) X の期待値を求めよ..

[21] 1 から 5 までの整数を 1 つずつ記入した 5 枚のカードが A, B 2 つの箱に 1 組ずつ入っている．A, B の箱から 1 枚ずつ取り出すとき，2 数の和の期待値と，2 数の差の期待値をそれぞれ求めよ．

[22] 1 個のサイコロを 2 回投げて，出た目を順に 10 の位，1 の位の数として 2 桁の整数 X をつくる．X を 4 で割ったときの余りの期待値を求めよ．

[23] 1 から 9 までの整数が 1 つずつ書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ，合計 9 枚ある．

(1) この中から 3 枚のカードを取り出して得られる 3 つの整数を，小さい順に X, Y, Z とする．このとき，X, Y, Z がすべて偶数である確率と，$X = 4$ になる確率をそれぞれ求めよ．また，X の期待値はいくつか．

(2) この中から 7 枚のカードを取り出して得られる 7 つの整数のうち，最大のものを W とする．このとき，$W = 8$ になる確率と，W の期待値を求めよ．